

Impédance d'entrée d'antennes planaires à BIE ou à cavité FP

Thai-Hung VU, Kouroch MAHDJOUBI, Sylvain COLLARDEY, Anne-Claude TAROT

IETR, UMR CNRS 6164, Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, France

thai-hung.vu@univ-rennes1.fr

Résumé

Rarement abordée dans la littérature, l'étude théorique de l'impédance d'entrée d'une antenne à Bande Interdite Electromagnétique (BIE) ou à cavité Fabry Péro (FP) est un réel challenge du point de vue mathématique et électromagnétique. Dans ce travail, nous présenterons une méthode originale pour évaluer l'impédance d'entrée d'une source (primaire) cylindrique ou sphérique placée au sein d'une cavité FP ou d'une structure à BIE. La méthode est basée sur la généralisation aux ondes cylindriques (ou sphériques) du développement en onde plane du champ interne de la cavité. Les formules analytiques simples et rigoureuses obtenues permettent d'une part, de mieux comprendre les phénomènes physiques associés aux antennes à BIE ou à cavité FP et d'autre part, de faciliter la conception de ces antennes.

I. Introduction

Une antenne à matériau BIE est composée généralement d'une ou plusieurs Surface Semi Réfléchissante (SSR), d'un plan réflecteur et d'une source primaire placée au sein de la structure (Fig.1) Cette structure assimilée à une cavité Fabry Péro (FP) permet l'obtention d'antenne à fort gain tout en gardant une structure très compacte, comparée aux autres antennes directives (cornet, parabole, lentille, ...). L'inconvénient principal de ce type d'antenne est sa faible bande passante, mais le traitement curatif de ce point fait l'objet d'une deuxième communication [5].

Dans cette communication, nous allons aborder un autre problème délicat, lié aux antennes FP et BIE, qui n'a pratiquement jamais été abordé auparavant dans la littérature. Il s'agit de l'étude analytique de leur impédance d'entrée.

En effet, l'évaluation de l'impédance d'entrée des antennes à BIE est un sujet toujours délicat en raison de la singularité du champ proche de la source primaire. Par contraire, les champs lointains (diagramme de rayonnement) et les propriétés générales des structures à BIE (diagramme de dispersion, coefficients de transmission et de réflexion...) peuvent être étudiés facilement par la méthode d'excitation en onde plane ou par la méthode de ligne de transmission équivalente.

Dans ce travail, nous commençons par un rappel sur la méthode des ondes planes pour calculer l'impédance à l'intérieur de la cavité FP. Cette méthode est ensuite généralisée pour des sources d'excitation plus réalistes (source d'onde cylindrique ou sphérique). Les formules analytiques obtenues sont simples et rigoureuses. Ces formulations utiles pour la conception des antennes à BIE, apporteront également une meilleure compréhension de leur fonctionnement.

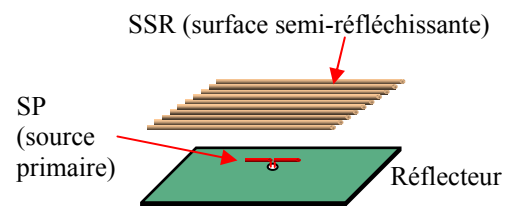


Fig. 1. Structure typique d'une antenne à cavité FP (Fabry-Pérot)

II. Rappel sur l'impédance d'entrée d'une source d'onde plane idéale excitant une cavité FP

Considérons une cavité FP constituée de deux SSR (Fig. 2) caractérisées par leurs coefficients de transmission (t_1 ; t_2) et de réflexion (r_1 ; r_2). Cette cavité est excitée par une onde plane placée à son intérieur. Cette source ayant une étendue inférieure grande, ne peut évidemment qu'être idéale. Cependant, les résultats sont utilisés avec succès dans la plupart des applications optiques et électromagnétiques. En appliquant maintenant la théorie des rayons (indiqués par

des flèches verts sur la fig. 2) et la méthode de réflexions successives au sein de la cavité [1,2], on obtient le coefficient de transmission de la structure, c-à-d l'onde sortante ou la réponse spatiale en de la cavité FP :

$$T_{FP}(\theta) = \frac{E_z^{trans}}{E_z^{inc}} = t_1 \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^n \exp(-2jknD \cos(\theta)) + \sum_{n=1}^{\infty} r_2 (r_1 r_2)^n \exp(-2jknD \cos(\theta) - 2jkD_2 \cos(\theta)) \right) = \frac{t_1 (1 + r_2 \exp(-2jkD_2 \cos(\theta)))}{1 - r_1 r_2 \exp(-2jkD \cos(\theta))} \quad (1)$$

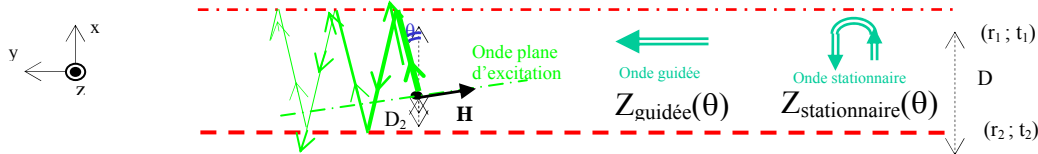


Fig. 2 : Antenne à cavité FP excitée par une source d'onde plane placée à l'intérieur

Une démarche identique, appliquée aux champs électromagnétiques internes (E^{int} et H^{int}) permet d'écrire ces derniers comme le résultat de la contribution de tous les rayons réfléchis à l'intérieur de la cavité [1,2] :

$$E_z^{int} = E_z^{inc} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^n \exp(-2jknD \cos(\theta)) + \sum_{n=1}^{\infty} r_2 (r_1 r_2)^n \exp(-2jknD \cos(\theta) - 2jkD_2 \cos(\theta)) \right) = \frac{(1 + r_2 \exp(-2jkD_2 \cos(\theta)))}{1 - r_1 r_2 \exp(-2jkD \cos(\theta))} E_z^{inc} \quad (2)$$

$$H_x^{int} = \frac{\sin \theta}{1 - r_1 r_2 \exp(-2jkD \cos(\theta))} H_x^{inc} \quad \text{et} \quad H_y^{int} = \frac{\cos \theta (1 + r_2 \exp(-2jkD_2 \cos(\theta)))}{1 - r_1 r_2 \exp(-2jkD \cos(\theta))} H_y^{inc} \quad (3)$$

Notons au passage que l'on peut définir deux impédances d'onde communément rencontrées dans les structures guidées et liées à la présence de deux composantes de champ magnétique H_x et H_y . Elles sont appelées ici $Z_{guidée}$ et $Z_{stationnaire}$ et correspondent respectivement aux ondes guidée et stationnaire au sein de la cavité infiniment grande (voir aussi la fig. 2) :

$$Z_{guidée}(\theta) = \frac{E_z^{int}}{H_x^{int}} = \frac{\eta}{\sin \theta} \quad Z_{stationnaire}(\theta) = \frac{E_z^{int}}{H_y^{int}} = \eta \frac{(1 + r_2 \exp(-2jkD_2 \cos(\theta)))}{\cos \theta (1 - r_2 \exp(-2jkD_2 \cos(\theta)))} \quad (4)$$

avec η l'impédance d'onde plane en espace libre.

Revenons maintenant au problème de l'impédance d'entrée de l'antenne à cavité FP excitée par une vraie source primaire de dimension finie (ex., Fig.1). Une idée serait d'appliquer aux champs proches de la source primaire, un développement en onde plane et recombinaison le résultat avec les expressions (2) et (3) pour déduire les champs de l'ensemble « source primaire + cavité » par une démarche similaire à celle de la relation (5). Cependant, trois principales difficultés apparaissent dans ce cas. D'abord, la singularité mathématique du champ proche (due aux énergies stockées) exige un très grand nombre de termes d'onde plane évanescence et complexe difficilement convergente. Deuxièmement, les coefficients de transmission ($t_1; t_2$) et de réflexion ($r_1; r_2$) devront être évalués indépendamment pour tous ces termes. Troisièmement, nous devons donc recombinaison correctement les expressions du champ proche pour obtenir une expression unique pour l'impédance d'entrée et non pas deux expressions différentes comme celle des équations (4).

Pour toutes ces raisons nous pensons que le développement en onde plane n'est pas une méthode pratique pour calculer l'impédance d'entrée des antennes à BIE. Dans le paragraphe suivant, nous généraliserons la méthode des réflexions multiples (appliquée à l'intérieur de la cavité) pour les ondes cylindriques ou sphériques qui remplaceront les rayons d'onde plane. Nous serons alors capables d'évaluer l'impédance d'une source plus réaliste sans recourir au développement du champ proche en onde plane.

III. Réponse à une onde cylindrique

En tant qu'une étape intermédiaire, considérons une source de courant infiniment longue (suivant z) à la place de la source primaire SP de la fig. 1. Bien que ce soit encore une source idéale, elle semble plus réaliste que l'onde plane pour exciter les antennes-BIE. Ce courant, constant suivant z , génère dans l'espace libre une onde cylindrique. La Fig.3 présente l'onde générée et son interaction avec une surface semi-réfléchissante (SSR). Nous pouvons remarquer que l'onde transmise (centrée sur le point de la source) et l'onde réfléchie (centrée sur l'**image** de la source par rapport à la SSR), sont aussi des ondes cylindriques. Notons également que ces ondes cylindriques décrivent aussi bien les champs proches que lointains. Il n'y a donc aucun développement particulier à appliquer pour obtenir l'impédance d'entrée.

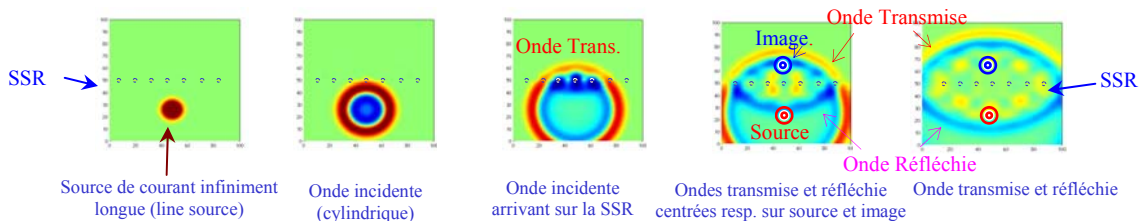


Fig. 3. Interaction entre une onde cylindrique et une SSR

Considérons maintenant une cavité FP constituée de deux SSR quelconques et d'une source de courant infiniment

longue (fig. 4). L'utilisation de la méthode des réflexions successives, appliquée dans le paragraphe II, revient à prendre en compte une infinité d'images successives dans les deux SSR comme le montre la figure 4. On obtient ainsi un réseau de sources (répliques de la source primaire) avec une apodisation et une distance inter-éléments non uniformes.

Ce réseau permet de calculer avec une grande précision, les champs proches et lointains de l'antenne à cavité. Afin d'extraire l'expression de l'impédance d'entrée, nous avons besoin d'évaluer les champs E et H totaux à l'intérieur de la cavité et en particulier au point d'excitation (source primaire) :

$$E^{total}(0^+) = E(0^+) + r_1 E(2D_1) + r_2 E(2D_2) + 2r_1 r_2 E(2D) + r_1(r_1 r_2) E(2D_1 + 2D) + \dots \quad (5a)$$

$$H^{total}(0^+) = H(0^+) + r_1 H(2D_1) + r_2 H(2D_2) + 2r_1 r_2 H(2D) + r_1(r_1 r_2) H(2D_1 + 2D) + \dots \quad (5b)$$

où E(x) and H(x) sont les champs électrique et magnétique de la source primaire seule aux distances $x = 0^+, 2D_1, 2D_2, 2D, 2D_1 + 2D$, etc. du point d'excitation.

Appliquons maintenant la définition classique de l'impédance d'entrée pour obtenir l'expression de l'impédance Z_{in}^{FP} de l'antenne à cavité FP :

$$Z_{in}^{FP}(0^+) = \frac{V^{total}(0^+)}{I^{total}(0^+)} = \frac{-\int E^{total}(0^+) dz}{\oint H^{total}(0^+) dl} \cong -\frac{\int E^{total}(0^+) dz}{H^{SP}(0^+) \oint dl} \cong -\frac{E^{total}(0^+) \int dz}{\oint H^{SP}(0^+) dl} \cong -\frac{E^{total}(0^+) \Delta z}{I^{SP}(0^+)} \quad \text{avec } \Delta z = \text{longueur de la source et } I^{SP} \text{ son courant} \quad (6a)$$

En effet, le champ magnétique crée par les points images au point de la source ($x=0^+$) a une variation spatiale extrêmement faible et son intégrale sur un contour infinitésimal est quasiment nul. Seul le champ magnétique de la source primaire étant rotationnel, a une contribution significative à l'intégrale de contour du champ magnétique (au point d'excitation $x=0^+$). D'où :

$$Z_{in}^{FP}(0^+) = \frac{V^{total}(0^+)}{I^{total}(0^+)} \cong -\Delta z \frac{E^{total}(0^+)}{I^{SP}(0^+)} = -\frac{E^{SP}(0^+) \Delta z}{I^{SP}(0^+)} - \Delta z \frac{r_1 E(2D_1) + r_2 E(2D_2) + 2r_1 r_2 E(2D) + r_1(r_1 r_2) E(2D_1 + 2D) + \dots}{I(0^+)} \quad (6b)$$

$$\text{ou } Z_{in}^{FP} = Z^{SP} + Z^{cavité} \quad \text{avec} \quad Z^{cavité} = \frac{-\Delta z}{I^{SP}(0^+)} [r_1 E(2D_1) + r_2 E(2D_2) + 2r_1 r_2 E(2D) + r_1(r_1 r_2) E(2D_1 + 2D) + r_2(r_1 r_2) E(2D_2 + 2D) + \dots] \quad (6c)$$

Ainsi, l'impédance d'entrée d'une antenne à cavité FP est égale à la somme de l'impédance de la source primaire Z^{SP} seule et un terme correctif $Z^{cavité}$ qui représente la modification de l'impédance de la source due à son insertion dans la cavité.

Concernant la source de courant infiniment longue, les champs électrique et magnétique de l'onde cylindrique sont respectivement proportionnel respectivement aux fonctions de Hankel cylindriques sortantes (2^{ème} espèce) $H_0^{(2)}$ et $H_1^{(2)}$ d'ordre 0 et 1 :

$$E^{SP}(x) = K H_0^{(2)}(x) \quad H^{SP}(x) = K H_1^{(2)}(x) / j\eta \quad (7)$$

L'impédance de la source par unité de longueur s'écrit :

$$Z_{in}^{FP} = \frac{V^{total}}{I^{total}} = \frac{-\int E^{total}(0^+) dl}{\oint H^{total}(0^+) dc} \cong \frac{E^{total}(0^+) \int dl}{H^{SP}(0^+) \oint dc} \cong \frac{E^{total}(0^+) L}{H^{SP}(0^+) C} \cong Z^{SP} + Z^{cavité} \quad (8)$$

Avec $Z^{cavité} = K' \frac{j\eta}{H_1^{(2)}(0^+)} \left(r_{c1} \sum_{n=0}^{\infty} (r_{c1} r_{c2})^n H_0^{(2)}(2k(D_1 + nD)) + r_2 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2)^n H_0^{(2)}(2k(D_2 + nD)) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (r_{c1} r_{c2})^n H_0^{(2)}(2knD) \right)$, $K' = -L/C$, L = unité de longueur. C = longueur du contour d'intégration pour le courant.

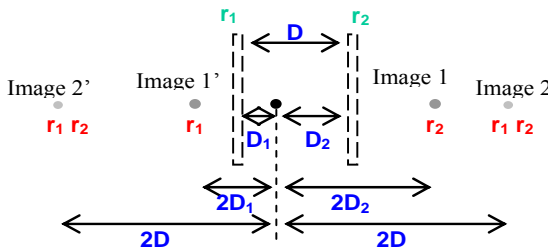


Fig. 4. Cavité FP et images successives de la source primaire dans les deux SSR. Ces images forment un réseau de sources (fictives) et permettent de calculer le champ proche et lointain de la cavité avec une grande précision.

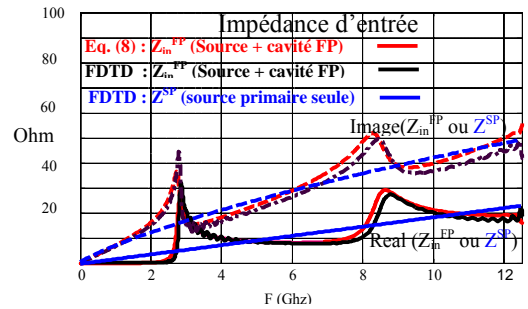


Fig. 5. Impédance d'entrée d'une source de courant infini placée au sein d'une cavité FP en fonction de la fréquence

La Fig. 5 montre d'abord qu'il y a un très bon accord entre l'impédance calculée avec l'équation (Eq.8) et celle issue de la méthode FDTD. Elle valide ainsi les formulations quasi-analytiques développées dans ce paragraphe. Elle montre également que la cavité apporte une perturbation oscillatoire autour de l'impédance Z^{SP} (source primaire seule). Ces perturbations sont d'autant plus importantes que la fréquence est proche de celles de résonance de la cavité.

IV. Impédance d'entrée d'une source ponctuelle ou d'un dipôle court

La Fig.6 montre une cavité symétrique avec une source ponctuelle ou un dipôle court. Les champs électrique et magnétique du dipôle seul sont donnés par [4] :

$$H_\phi = \frac{Il}{4\pi r^2} (1 + jkr) e^{-jkr} \sin \theta \quad E_r = -j \frac{\eta}{k} \frac{Il}{2\pi r^3} (1 + jkr) e^{-jkr} \cos \theta \quad E_\theta = -j \frac{\eta}{k} \frac{Il}{4\pi r^3} (1 + jkr - k^2 r^2) e^{-jkr} \sin \theta \quad (9), (10) \text{ et } (11)$$

Où I et l sont respectivement le courant et la longueur du dipôle. L'impédance d'entrée peut être déterminée approximativement en utilisant le théorème de Poynting pour évaluer la puissance complexe P de dipôle :

$$P = \frac{1}{2} I^2 Z = \frac{1}{2} \oint_S (\vec{E}_\theta \wedge \vec{H}^*_\phi) d\vec{s} \quad Z_{in}^{dipole} = K' \frac{\eta}{6\pi} \frac{(1 - jkr_0)(1 + jkr_0 - k^2 r_0^2)}{jkr_0^3} \quad (12)$$

Avec r_0 le rayon de la surface sphérique S utilisée pour calculer l'intégrale. Évidemment, dans ces expressions, les énergies stockées à l'intérieur de la sphère sont négligées. Par conséquent, la partie imaginaire de l'impédance d'entrée n'est pas tout à fait exacte. Nous avons également tenu compte d'un facteur correctif K' ajusté empiriquement, tout comme r_0 , pour obtenir une bonne concordance avec les résultats numériques obtenus par la méthode de FDTD (Fig. 7).

En appliquant la même méthode d'images successives que dans le paragraphe précédent, nous obtenons l'expression analytique de l'impédance d'entrée d'un dipôle court placé au milieu de la cavité FP (Fig.6) :

$$Z = K \frac{\eta}{6\pi} \frac{(1 - jkr_0)}{jk} e^{jk_0} \left[E_{kr}(r_0) + r_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r_2)^n E_{kr}(2D_1 + 2nD) + r_2 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1)^n E_{kr}(2D_2 + 2nD) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (r_1 r_2)^n E_{kr}(2nD) \right]$$

avec r_1 et r_2 = coefficients de réflexion des SSR1 et SSR2, et

$$E_{kr} = \frac{[1 + jkr + (jkr)^2]}{r^3} \exp(-jkr)$$

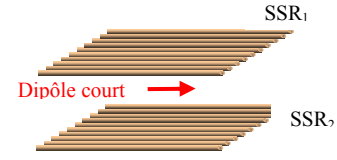


Fig. 6. Cavité FP munie d'une source localisée

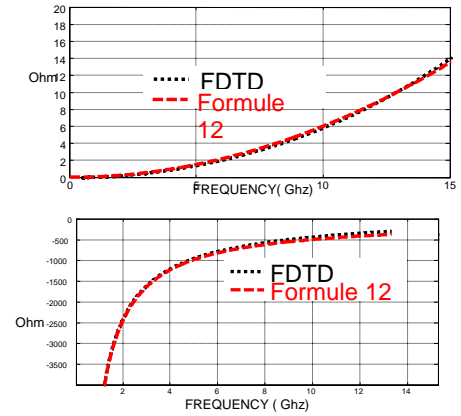


Fig. 7. Parties réelle (en haut) imaginaire (en bas) dipôle court seul de longueur $l=5\text{mm}$, obtenues par FDTD et l'équation (12)

Les coefficients r_1 et r_2 sont calculés numériquement pour l'excitation par un dipôle court (par la méthode FDTD). L'impédance d'entrée de la structure obtenue à partir de l'expression analytique (12) montre un bon accord avec le résultat numérique de la simulation FDTD (Fig. 8).

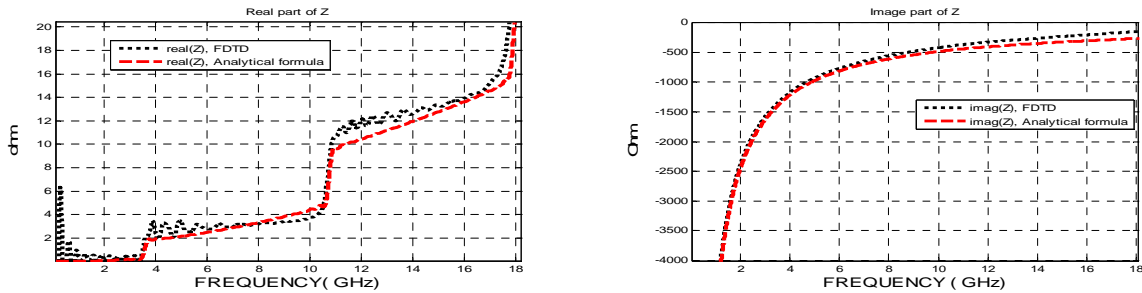


Fig. 8 L'impédance d'entrée d'une dipôle court ($l=5\text{mm}$) placée au milieu d'une cavité symétrique $D=40\text{ mm}$ ($D_1=D_2$), SSRs constituées des tiges métalliques, $a/Pt=5\%$, $Pt=3\text{mm}$ avec a : diamètre des tiges, Pt : distance entre les tiges

V. Conclusions

Nous avons présenté une théorie originale semi-analytique pour évaluer l'impédance d'entrée des antennes à BIE à partir de la connaissance du champ proche créée par la source primaire seule. Basé sur le principe d'image, les formulations analytiques obtenues sont simples fiables et précises. Cette méthode peut être appliquée aux antennes planaires à BIE multicouches par une méthode récursive simple [1].

Dans la méthode présentée dans ce papier les coefficients de réflexion des surfaces semi-réfléchissantes (SSR) doivent être connus pour calculer l'impédance des antennes à BIE. Dans ce travail nous avons utilisé la méthode FDTD pour évaluer ces coefficients pour l'excitation par onde plane, par onde cylindrique ou par une onde sphérique. La méthode est générale et applicable pour des sources d'excitation quelconque. Nous souhaitons l'utiliser bientôt pour d'autres types de sources primaires, telles que des antennes à fente ou des antennes patch.

- [1] H. Boutayeb, K. Mahdjoubi and A.C Tarot, "Multi-layer crystals of metallic wires: Analysis of the transmission coefficient for outside and inside excitation", Progress In Electromagnetics Research, PIER, 59, pp. 299-324, 2006.
- [2] T.H. VU, Mémoire du Master, IETR, Université de Rennes I, France, Juin 2005.
- [3] J.A. Stratton, Electromagnetic theory, vol. 2. McGraw-Hill Book Company, pp. 355-364, 1941.
- [4] C. Balanis, Antenna Theory, Analysis & Design. Harper & Row Publisher, New York, 1982
- [5] T-H. VU, A. C. Tarot, S. Collardey, K. Mahdjoubi, "Surface Semi Réfléchissante (SSR) Combinée et Conception des Antennes BIE à bande élargie », JNM 2007, Toulouse, mai 2007